DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
UNIDAD DE INVESTIGACIONES

SERIE DE ENSAYOS Y MONOGRAFIAS NUM.: 42

EL METODO RAS PARA ACTUALIZAR MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO

Por

Angel L. Ruíz Mercado, Ph.D.
Catedrático

Febrero, 1985

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
RIO PIEDRAS, PUERTO RICO

N O T A

El propósito de este corto artículo es explicar, en la forma más sencilla posible, el Método RAS para actualizar matrices de Insumo-Producto desarrollado por Sir Richard Stone en la Universidad de Cambridge, Inglaterra. Este Método lo ha usado el autor para actualizar la matriz de Insumo-Producto de Puerto Rico del año fiscal 1977 al año fiscal 1983.

La matriz actualizada no se incluye en el escrito debido a la magnitud de la misma. Sin embargo, si alguien está interesado, una copia de la misma estará disponible en la Unidad de Investigaciones Económicas para examen o para fotocopiar.

Alicia Rodríguez Castro
Directora de Publicaciones
Unidad de Investigaciones Económicas

EL METODO RAS PARA ACTUALIZAR MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO

Por

Dr. Angel L. Ruíz, Catedrático
Universidad de Puerto Rico

Introducción

La gran cantidad de datos que son necesarios para estimar cuadros de relaciones interindustriales (matrices de insumo-producto - I-0) junto con el, siempre presente, problema de recursos escasos hacen muy difícil el cómputo anual de los mismos. Gran parte de los datos se obtienen de los censos económicos, los cuales usualmente se preparan cada cinco años. Es por esta razón que generalmente los cuadros de insumo-producto se computan siguiendo esos intérvalos de tiempo. En Puerto Rico, por ejemplo, existen matrices de I-0 para los años 1963, 1967 y 1972 y se está trabajando en el correspondiente al 1977.

El uso analítico de tablas que representan estructuras tecnológicas de más de cinco años puede redundar en resultados con un alto margen de error, especialmente en países sujetos a rápidos cambios tecnológicos. Ello ocurre, mayormente, en los que están en proceso de desarrollo económico, ya que en los que han alcanzado un alto grado de desarrollo el cambio tecnológico (i.e. el cambio en los coeficientes técnicos de la matriz) tiende a ser lento. Por tal razón, el margen de error, cuando se predice con matrices de más de cinco años, tiende a ser mayor en países en proceso de desarrollo que en aquellos más desarrollados.

El problema analítico de usar matrices que representan estructuras económicas atrasadas y la imposibilidad de estimar matrices anuales, ha llevado a los especialistas en este campo a buscar metodologías que permiten actualizar matrices de insumo-producto sin tener que incurrir en el proceso costoso de realizar encuestas o censos industriales. Una metodología de este tipo fue desarrollada por el Departamento de Economía Aplicada de la Universidad de Cambridge, Inglaterra, como parte de un proyecto de investigación, dirigido por el Profesor Richard Stone.[1/] Esta se conoce como el "Método RAS", el cual se describe a continuación:

El Método RAS

Requisitos de Datos

El método RAS de actualizar los coeficientes de I-0 (en su versión más simple) necesita tres conjuntos de datos;

(1) Una matriz de Insumo-Producto para un año inicial. En el caso de Puerto Rico, se utiliza la correspondiente al año de 1972 (este año se representa con el subscrito de cero) por ser la más recientemente computada.

(2) La producción (producción intermedia más producción final) para cada sector industrial, para el año (posterior a 1972) que queremos estimar, en el caso de Puerto Rico, que es el año 1982. El año seleccionado se identifica con el subscrito 1.

(3) Los insumos intermedios y la demanda intermedia, por sector industrial, para el año 1 ("vectores" de insumos intermedios y demanda intermedia).

La matriz de coeficientes directos históricos (esto es, la del año 1972) se identifica con la letra Ao. La producción, por sector industrial, del año a estimar se simboliza con la

---

[1/] Richard Stone, John Bates y Michael Bacharach, A Programme for Growth (No. 3): Input Relationship 1954-1966, Cambridge Department of Applied Economics, England (Publicado en Inglaterra por Chapman and Hall, Ldt., y en Estados Unidos, por M.I.T. Press).

letra X^1 y la demanda intermedia y los insumos intermedios, con las letras C^1 y D^1, respectivamente. La demanda intermedia e insumos intermedios, por sector industrial, se definen en las siguientes dos ecuaciones algebraicas:

$$1.\quad C' = X^1 - F^1$$

$$2.\quad D' = X^1 - V^1$$

donde: F^1 es igual a la demanda final de cada uno de los 53 sectores de nuestro cuadro de I-0; y V^1 es el valor añadido (pago a los factores primarios de la producción, i.e. mano de obra, capital, etc.) de estos sectores. La primera ecuación nos dice que la demanda intermedia es igual a la producción (definida como demanda intermedia más demanda final) menos la demanda final[1/] (definida como la suma de consumo, más inversión, más gastos públicos corrientes y la suma algebraica de exportaciones menos importaciones). La segunda ecuación especifica que los insumos intermedios son iguales a la producción (definida alternativamente como la suma de los insumos intermedios y el pago a factores primarios) menos el valor añadido.

Habiendo ya especificado la matriz de coeficientes directos (A), se procede a definir la matriz de transacciones monetarias (matriz de flujos intermedios). Esta se simboliza con la letra W. En este punto, cabe recordar que la suma por columna de los elementos de cada una de las 53 filas de la matriz de transacciones constituye el vector de demanda intermedia (C^1) y que se define como aquella parte de la producción que no se consume en uso final. En la matriz de transacciones monetarias (W), la suma por fila de los elementos de cada columna de la matriz es igual al vector de insumos intermedios, es decir, al valor de todos los insumos intermedios que se absorben en la producción de un bien determinado (K). Usando el álgebra de matrices, podemos definir los vectores C^1 y D^1, mencionados antes, en términos de la matriz (W):

$$3.\quad C' = (W)\ I$$

$$4.\quad D' = I\ \ (W)$$

[1/] El concepto de demanda final para efectos de insumo-producto difiere del utilizado en las Cuentas Sociales.

donde I es un vector (columna y fila, respectivamente) de uno, i.e. un vector unitario.

Veamos ahora cómo se estima la nueva matriz de coeficientes (A_1) y la nueva matriz de transacciones (W_1). Para ello, hay que suponer que durante el periodo transcurrido de 1972 (Período cero) a 1982 (período 1) cada elemento de la matriz de transacciones Ao ha estado sujeto a dos efectos:

(1) Efecto substitución-medida en que un bien K es substituido por otro bien como insumo intermedio de la producción. Por ejemplo, si la madera es substituida por plástico, petróleo, energía solar,etc.

(2) Efecto fabricación-medida en que el bien K constituye ahora una proporción mayor (o menor) de insumo intermedio a insumo primario (si cambió la proporción D' V', o alternativamente D' X'). Por ejemplo, puede ser que determinado cambio tecnológico sea sesgado hacia mayor uso de capital y mano de obra especializada y menor uso del insumo intermedio.

Formularemos la hipótesis de que cada efecto ejerce su influencia uniformemente (o sea, afecta de igual forma a todos los sectores industriales que usan el insumo). Por lo tanto, entre el año inicial y el año para el cual se va a estimar la matriz, cada uno de los coeficientes ai1, ai2, ai3, ...ai53 (donde A = aij e i, j = 1, 2, 3, ...53) relacionados con la absorción de (i) se modifica por el mismo multiplicador de substitución que denominaremos como (ri) y cada uno de los coeficientes a1j, a2j, ...53j relacionados con los insumos intermedios que van a la fabricación de (j) se modifican por el mismo multiplicador de fabricación que simbolizaremos con el término (Sj). Esto quiere decir que A_1 (la matriz del año 1982) se relaciona ahora con la matriz del año cero (año 1972) como sigue:

5. $A_1 = r \, Ao \, S$

donde r y s son matrices diagonales formadas por los 53 elementos que contienen los vectores de demanda intermedia e insumos intermedios, respectivamente.

Por definición y conforme a las reglas de multiplicación de álgebra lineal sabemos que:

$$6. \quad W_1 = A_1 X'_1$$

o sea, la matriz de transacciones para el año a estimar (W_1) es igual a la matriz de coeficientes directos estimada para ese año (A), multiplicada por una matriz diagonal formada por los elementos (53) del vector de producción de ese año (X'_1). Como ya sabemos por la ecuación (5) que A_1 = rAoS, entonces;

$$7. \quad W_1 = (rAoS)\ X'_1$$

tomando en cuenta que $C'_1 = (W)\ I$ Y $D'_1 = I\ (W)$ (véase ecuaciones 3 y 4), podemos combinar la ecuación 7 con las ecuaciones 3 y 4:

$$8. \quad C' = (W)\ I = r\ (AoX'_1)\ S$$

$$9. \quad D' = I\ (W) = r\ (AoX'_1)\ (S)$$

(Nótese que el resultado que se obtiene en la ecuación 8 es un vector-columna y en la ecuación 9, un vector-fila). Matemáticamente, las ecuaciones 8 y 9 proveen un sistema de 2n ecuaciones que conectan 2n multiplicadores (r y s), que son variables desconocidas. Estas y los datos que ya se tienen como controles (o sea, Ao, X'_1, C'_1 y D'_1), son los que se requieren para poder actualizar la matriz por método RAS. Las ecuaciones 8 y 9 son las llamadas "ecuaciones RAS". Resolviéndolas simultáneamente obtenemos los valores para (r) y (s), lo que permite, utilizando la ecuación 7 obtener una nueva matriz de transacciones y de coeficientes directos para el año 1982 (o sea, W_1 y A_1).

<u>Alternativa de no poderse obtener históricamente todos los datos que se requieren</u>

Debido a que el sistema de contabilidad social de la Junta de Planificación no provee para el estimado anual de producción (insumos intermedios más valor añadido), hay que buscar una alternativa para su estimación. Si se conoce cuál es el valor añadido, por sector industrial, para los años 1972 a 1982 (el año que se desea estimar) y se conoce cuánto es la producción para el año inicial 1972 (dada por el cuadro histórico de I-0), podemos estimar la producción anualmente utilizando la siguiente ecuación:

$$10. \quad X't + i = \frac{Vt + i}{Vt} X't$$

donde $X't + i$ es la producción de 1973 a 1982 (t = año base de 1972 e i = 1, 2, 3, ...,10), Vt = valor añadido en 1972 y $X't$ = producción en 1972. Una vez estimada la producción y conocido el valor histórico del valor añadido, se puede obtener el insumo intermedio mediante la siguiente ecuación:

$$11. \quad Di = X'_E - V'_1$$

donde D' es el vector de insumos intermedios, X'_E es vector de producción estimada para el año 1982 y V' es el vector añadido de 1982.

La demanda intermedia, por sector industrial (vector C'_1), puede estimarse mediante las siguientes ecuaciones:

$$12. \quad F'_1 = (I - Ao)\, X'_E$$

$$13. \quad C'_1 = X'_E - F'_1$$

donde $(I - Ao)$ es la matriz diagonal unitaria, menos la matriz de coeficientes directos de 1972 (o sea, Ao) y F'_1 es la demanda final estimada. Ya obtenidos los vectores de insumos intermedios y demanda intermedia, se procede a emplear el método RAS para obtener A_1 y W_1.

PROGRAMACION PARA ACTUALIZAR LA MATRIZ

El método RAS, como se explicó anteriormente, requiere que se solucione primero un sistema de ecuaciones simultáneas para obtener los multiplicadores (r) y (s). Luego se procede a usar un programa de matrices para obtener A_1 y W_1. Por medio del programa enlatado conocido como MOTHER ("matrix operations that help economic research"), desarrollado por el profesor Eduard Wolff de la Universidad de Nueva York se procede al balanceo de las filas y las columnas para que las mismas sumen al total de insumos intermedios y demanda intermedia del año para el cual se quiere estimar una nueva matriz. Una versión del programa es la siguiente (para un cuadro de Insumo-Producto de 53 sectores):

INSTRUCCIONES PARA LLEVAR A CABO EL METODO RAS

```
     COMPIL;
 1.  FILE 'RAS METHOD'  'ANGEL RUIZ'
 2.  REAL*4 A (55, 55), B(55, 55), C(55, 55), D(2, 55),
     E(55, 2), F(2, 55);
 3.  INCARDS A 8 53 53 STREAM;
 4.  INCARDS D 8 1  53 STREAM;
 5.  INCARDS E 8 53  1 STREAM;
 6.  INCARDS F 8  1  53 STREAM;
 7.  CALDUD A ROW D COL E ERROR = 0.0001 'ESTIMATED FLOW MATRIX
     FOR YEAR 1982';
 8.  PRINT A 3;
 9.  COLDIVID B=A/F 'DIRECT COEFFICIENT MATRIX 1982;
10.  SUBTRACT C=I-B' ';
11.  INVERT C=C 'I-B INVERSE';
12.  PRINT C 6;
13.  END;
```

<u>Interpretación de las instrucciones de la 1 - 13</u>

1 = Título de la operación que se va a llevar a cabo.

2 = Declaración de las diferentes matrices y vectores (filas y columnas) que se van a estimar o se dan

como datos perforados en tarjetas[1/] (o se llaman de un disco o una cinta si así fuera el caso).

3-6 Información que se le dá al computador en tarjetas perforadas.

a. Matriz A de 53 filas y 53 columnas -matriz de transacciones interindustriales de 1972.
b. Vector fila D - vector de una sola fila y 53 columnas (1 x 53).
c. Vector Columna E - vector de Demanda Intermedia para 1982 - un vector de 53 filas y una sola columna (53 x 1).
d. Vector fila F - vector de producción para 1982 - este vector se usa para dividir la nueva matriz de transacciones por cada componente del vector y así convertir la matriz de una de transacciones (en dólares) a una de coeficientes directos.

7. Esta instrucción es la que ordena actualizar la matriz de 1972 usando como controles los vectores D (insumos intermedios de 1982) y E (demanda intermedia de 1982).

8. Instrucción para imprimir la nueva matriz a dos sitios decimales (uno menos el número que aparece en la instrucción).

9. Con esta instrucción la matriz de flujos A se divide por el vector de producción para de esta forma convertirse en la matriz B de coeficientes directos.

[1/] Las dimensiones de las matrices y vectores en el "REAL" siempre se especifican un poco mayor que la matriz o vectores que vamos a estimar o que se incluyen perforados en tarjetas o se llama de un disco o cinta. Por ejemplo, en nuestro caso la matriz es de 53 filas por 53 columnas, sin embargo, se especifican 55 filas y 55 columnas para la matriz A.

10. Con esta instrucción se prepara la matriz para ser invertida, o sea, se resta de la matriz diagonal de unos (I) - o sea de la matriz unitaria de los coeficientes directos para así convertirse en la matriz C.

11. Instrucción para invertir la matriz C generar una matriz de coeficientes de requisitos directos e indirectos por unidad de demanda final.

12. La instrucción 12 ordena imprimir la matriz inversa a 5 sitios decimales.

13. Termina el programa.

Comentarios Finales

En el método arriba descrito se está suponiendo que los coeficientes son fijos a precios corrientes y no a precios del año base como lo supone Leontief ("Leontief's assumption"). Si partimos del supuesto de Leontief habría que construir una matriz de precios relativos y habría que utilizar la siguiente ecuación (para llevar a cabo la operación de actualizar la matriz por el método RAS):

$$X_{ij}^{1982} = A_{ij}^{1972} \; P_i^{1982} / P_j^{1982} \; (Q_j)$$

Por ejemplo, en el caso de las compras que hace el sector de productos químicos del sector agrícola la ecuación sería como sigue:

P_i = precio de productos químicos (1982 tomando como año base el 1972)

P_j = precio de los productos agrícolas (1982, 1972=100)

Q_j = producción de la agricultura

Supongamos que por cada dólar de su producción el sector químico compra 0.002963 al sector agrícola. Supongamos, además, que los índices de precios son 1.604 y 1.329 para productos químicos y productos agrícolas, respectivamente, entonces:

$$X_{ij} = 0.002963\ (1.604/1.329)\ 455{,}635$$

O sea:

$$X_{ij}^{1982} = 1629$$

Y

$$X_{ij} / Q_j = 0.003576$$

Obsérvese que debido al cambio en los precios relativos el coeficiente de 1982 es mayor que el de 1972 (0.003576 - 0.002963 = 0.000613).

Debido a la dificultad de encontrar estimaciones de precios relativos es aconsejable usar el método RAS como se especifica en las primeras páginas de este escrito.

jmc